



**Zadania na XVIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny  
im. Franciszka Lejki  
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Etap powiatowy

17 lutego 2018 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Rozwiąż równanie  $x^4 + 4x^2 + 2y^2 + 5z^2 = 2x^2y + 4yz + 4xz$ .
2. Wykaż, że liczba  $5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{59}$  jest podzielna przez 7, 9 i 31.
3. Środkowe poprowadzone z wierzchołków kątów ostrych trójkąta prostokątnego mają długości  $2\sqrt{34}$  i 13. Oblicz sumę długości promieni okręgów wpisanego i opisanego na tym trójkącie.
4. Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 12. Na bokach AC, AB i BC umieszczono odpowiednio punkty D, E i F takie, że  $|DC| = 2|AD|$  i  $|BF| = 2|EB|$ . Wyznacz długość odcinka BE dla którego pole trójkąta DEF osiąga największą możliwą wartość.
5. Wiadomo, że trawa na całym polu rośnie jednakowo gęsto i szybko. 60 owiec zjada trawę w ciągu 24 dni, zaś 30 owiec zjada trawę w ciągu 60 dni. Wyznacz liczbę owiec dla których ilość trawy na polu będzie ciągle taka sama.

Powodzenia!